

Matematica per informatici e informatica per matematici

(Mauro Prevostini, 20 ottobre 2010)

La matematica e l'informatica sono due discipline scientifiche molto legate tra loro. L'informatica applica i concetti fondamentali della matematica a molti aspetti della ricerca avanzata e della vita di tutti i giorni. Basti pensare all'elaborazione automatica delle informazioni – da cui la parola “informatica” fusione delle parole: informazione e automatica – che è presente in ogni momento della nostra quotidianità anche se non sempre ce ne accorgiamo.

Si discute spesso su che tipo di matematica sia utile agli informatici oppure quali concetti e strumenti informatici possano essere di ausilio ad un matematico. È un tema molto interessante e spesso dibattuto che cercherò di sviluppare senza nessuna pretesa di dare una risposta esauriente ma con l'obiettivo di fornire ai lettori alcuni spunti di riflessione attraverso piccoli esempi.

La matematica per gli informatici

Avrete certamente già sentito parlare di logica matematica, analisi numerica, teoria della computabilità (o calcolabilità), linguaggio formale, matematica discreta, teoria dei grafi, crittografia, probabilità e statistica.

Essi sono solo alcuni degli aspetti che compongono i fondamenti matematici dell'informatica, disciplina giovane che ha sviluppato le sue radici iniziali in ambito accademico soprattutto nei dipartimenti di matematica all'interno delle facoltà di scienze di alcune tra le università più prestigiose del mondo. In seguito diventata “indipendente”, l'informatica ha comunque mantenuto uno stretto ed inscindibile rapporto con la sua “antenata”.

Gli albori dell'informatica risalgono a circa sessant'anni fa, quando i ricercatori dell'epoca, per risolvere problemi matematici in modo automatico, utilizzavano calcolatori grandi come un appartamento ma molto meno veloci e potenti di un telefonino dei giorni nostri.

L'applicazione della matematica attraverso l'informatica ha aperto le porte alla risoluzione di innumerevoli problemi di varia natura. Basti pensare alle simulazioni al computer, che permettono di riprodurre condizioni ambientali impossibili da ottenere in laboratorio, oppure di simulare anni di ricerche in pochi secondi.

La simulazione informatica è, ad esempio, molto importante nell'ambito della medicina, che attraverso le **scienze computazionali**, permette di sviluppare algoritmi in grado di simulare e visualizzare vari comportamenti. Ad esempio quelli degli organi vitali del corpo umano dando la possibilità ai ricercatori di compiere esperimenti virtuali (Fig. 1). I risultati ottenuti vengono in seguito applicati all'essere umano evitando test rischiosi sulle persone prima di conoscerne gli effetti, a volte nocivi e pericolosi per la salute.

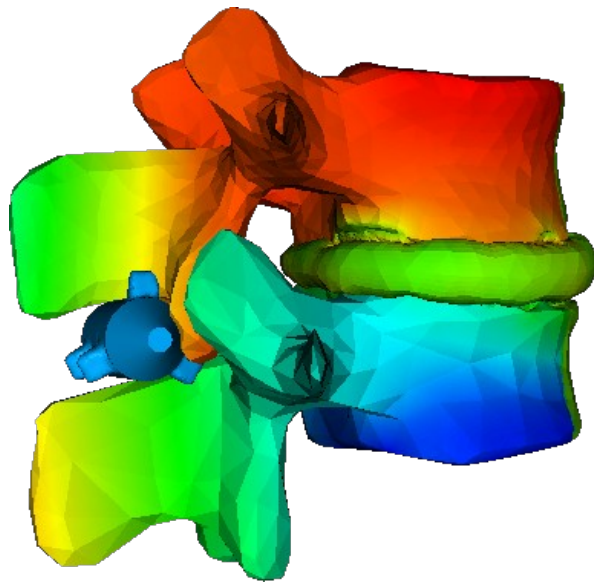


Fig. 1: Modelli biomeccanici eterogenei.

Stenosi spinale trattata inserendo uno spaziatore tra due vertebre
(cortesia del Prof. Rolf Krause, Istituto di Scienze Computazionali della Facoltà di Scienze informatiche dell'Università della Svizzera italiana di Lugano)

Un altro esempio è l'applicazione dei calcoli statistici nell'ambito dell'**informatica finanziaria**. Le analisi finanziarie vengono da tempo svolte con l'ausilio del calcolatore che in un batter d'occhio è in grado di generare analisi e previsioni di andamenti borsistici e quindi fornire un supporto a coloro che devono decidere. A tal proposito esistono degli strumenti informatici comunemente chiamati DSS (Decision Support System).

Altri settori applicativi dell'informatica prevedono quasi sempre la presenza di una o più **reti di computer** (Fig. 2) che, connessi tra loro, permettono in particolare di velocizzare la comunicazione tra le persone e quindi la disponibilità quasi immediata di qualsiasi tipo di informazione. Internet ne è l'esempio più eclatante. Ebbene, alla base di Internet troviamo alcuni dei fondamenti che citavamo all'inizio di questo nostro piccolo viaggio, ovvero la **matematica discreta** ed in particolare la **teoria dei grafi** che permette ad esempio di capire quale sia il percorso più corto all'interno di una rete informatica per trasferire un'informazione dal punto A al punto B.



Fig. 2: Reti di computer

Abbiamo accennato poco fa alla comunicazione e allo scambio di informazioni e quindi come non pensare alla **sicurezza ed alla protezione dei dati**? Anche questo un tema tra i più attuali nell'informatica. Facile ormai intuire che anche in questo caso la matematica è fondamentale, in particolare grazie alla **crittografia** che permette lo scambio di dati in maniera sicura, ovvero impedendo che terze persone possano intercettare informazioni sensibili e utilizzarle per scopi illeciti. L'informatica applicata alla crittografia permette all'utente di proteggere i propri dati in modo trasparente e automatico semplicemente componendo una serie di codici attraverso una tastiera.

Un esempio banale è l'appropriazione illecita delle credenziali che consentono di accedere al proprio conto bancario attraverso un collegamento Internet. Per evitare che questo accada, la comunicazione tra l'utente e l'istituto bancario attraverso un browser avviene in maniera cifrata. Durante questa operazione vengono utilizzati algoritmi crittografici complessi seguendo i principi di chiave pubblica e privata che si basano ad esempio sulle funzioni *hash*. Si tratta di funzioni iniettive che permettono una corrispondenza tra una stringa di lunghezza arbitraria – che potrebbe essere una password – ad una stringa di lunghezza predefinita che risulterà essere illeggibile ed incomprensibile agli occhi del truffatore.

Per un'ampia panoramica dei fondamenti matematici dell'informatica si segnala la seguente pagina web http://it.wikipedia.org/wiki/Fondamenti_matematici_dell'informatica.

L'informatica per i matematici

Dagli albori dell'informatica i matematici la utilizzano per eseguire simulazioni e calcoli complessi. Un esempio classico è l'utilizzo dello strumento informatico per determinare con sempre maggior precisione il valore di π -greco oppure del numero di Euler. Con il passare degli anni la complessità delle simulazioni progettate dai matematici ha avuto uno sviluppo esponenziale favorendo lo sviluppo di strumenti software molto avanzati e sofisticati.

Vale anche la pena ricordare il contributo dell'informatica alla matematica teorica, per esempio nella dimostrazione di congetture come quella dei quattro colori

(vedi http://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_dei_quattro_colori), oppure come l'informatica abbia permesso di comprendere meglio nuovi oggetti matematici come i frattali (<http://it.wikipedia.org/wiki/Frattale>) permettendone dapprima la visualizzazione e poi l'esplorazione.

Date queste premesse proviamo ora a capire che tipo di informatica può essere utile ad un matematico. A tal proposito credo sia opportuno dividere il discorso in due parti. Dapprima è necessario capire quali siano i **concetti fondamentali dell'informatica** ed in secondo luogo illustrare alcuni **strumenti** che offre l'immenso panorama.

L'informatica, oltre ad avere i suoi fondamenti ben radicati nella matematica, possiede concetti fondamentali propri che vengono insegnati in tutte le facoltà universitarie. Uno di questi è innanzitutto individuabile nei **fondamenti della programmazione** che spiegano come scomporre ed analizzare un problema, presentano le tecniche di ricorsione, astrazione e iterazione, e introducono alla programmazione di base in cui si imparano i cicli iterativi, le strutture dei dati e gli algoritmi.

Come tutti sanno un programma informatico è composto da una serie di istruzioni, comunemente chiamata codice (Fig. 3), che, detto in maniera molto semplice, permettono alla persona che le assembla di dire al calcolatore che cosa deve fare.

```

#include <iostream>
void main()
{
    cout << "Hello World!" << endl;
    cout << "Benvenuti alla programmazione C++" << endl;
}

```

Fig. 3: Classico esempio di codice C/C++ per scrivere "Hello World" a monitor.

Il calcolatore a sua volta eseguirà in maniera sequenziale o parallela, a dipendenza del programma, questi ordini, e al termine verrà chiamato a produrre un risultato. Acquisire le solide basi dei fondamenti della programmazione permette ai progettisti di individuare l'approccio migliore alla risoluzione di un problema e di programmare le attività della macchina in maniera efficace. Fondamentale è l'applicazione dei **diagrammi di flusso** (o **algoritmi**) (vedi Fig. 4), altro concetto alla base dell'informatica, che permette di applicare un metodo per risolvere un problema che può essere realizzato da un programma informatico.

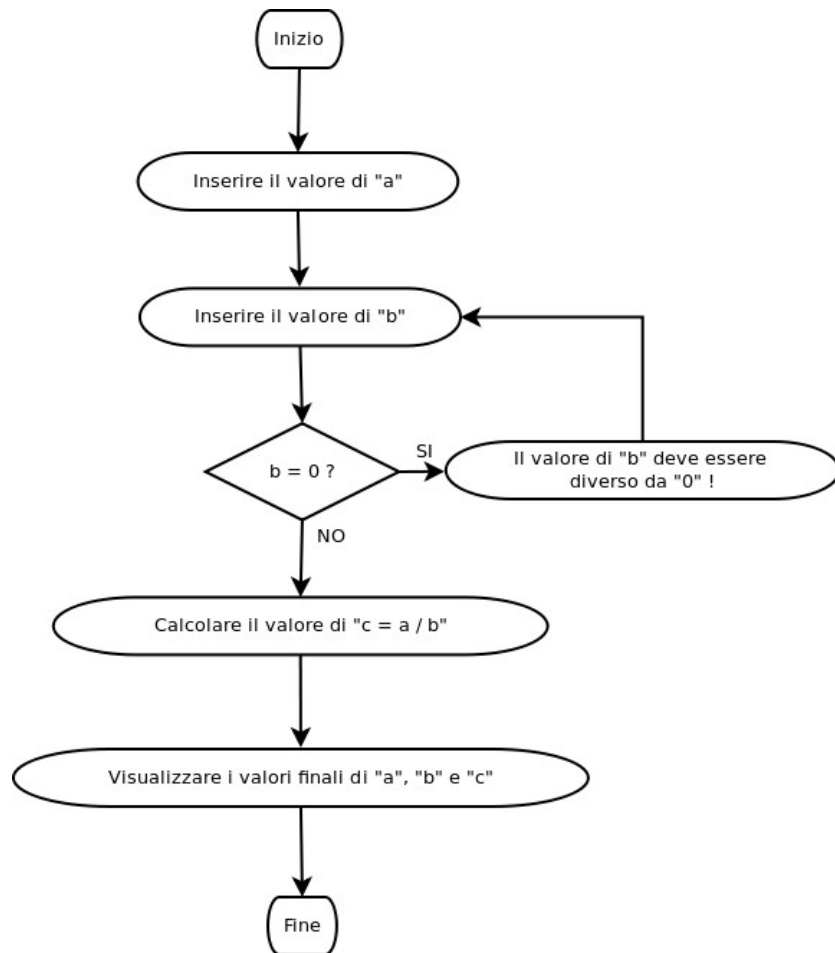


Fig. 4: Esempio di un semplice diagramma di flusso che impedisce la divisione per zero di un numero.

Per fare in modo che le istruzioni che forniamo alla macchina vengano eseguite correttamente, nella maggior parte dei casi, è necessario tradurre il nostro codice in un linguaggio ad essa comprensibile. Ecco che sono fondamentali a questo proposito i **compilatori**, software particolari dedicati a questa funzione che permettono lo sviluppo e l'esecuzione di programmi in modo indipendente dalla macchina che decidiamo in seguito di utilizzare.

Oltre a ciò, possedere una conoscenza generale dei **sistemi operativi** è un altro tema importante per un matematico in quanto gli permette di capire in che modo vengono eseguiti i programmi su un calcolatore, il quale, senza il sistema operativo, sarebbe solamente un ammasso di inutili circuiti elettronici.

Inoltre la conoscenza di come funzionano le **reti di computer**, già citate in precedenza, è fondamentale per qualsiasi tipo di strumento informatico. Al giorno d'oggi ogni computer, telefonino o sistema informatico è collegato in rete e dialoga con altri sistemi scambiando una moltitudine di dati in maniera automatica.

Non va dimenticato che alla base di qualsiasi soluzione informatica vi è l'applicazione delle metodologie per la loro realizzazione. L'apprendimento di questi metodi viene dato in particolare dall'**ingegneria del software**, disciplina che si propone di definire i processi produttivi di una soluzione informatica in modo tale che essa soddisfi i bisogni dell'utente, sia sicura, affidabile e manutenibile. In particolare l'ingegneria del software, che viene insegnata presso le università, fornisce gli strumenti di base al progettista in modo tale che sia in grado di: organizzare in maniera ottimale i progetti di sviluppo del software, analizzare i requisiti che una soluzione deve possedere, verificare che la soluzione finale soddisfi tali requisiti solitamente proposti dall'utente/cliente.

E veniamo infine all'universo degli strumenti informatici. In commercio, oppure scaricabili liberamente dalla rete, è presente tutta una serie di applicativi utili in ambiti come la simulazione, il calcolo integrale, probabilistico o statistico, oppure in aree molto più avanzate a livello di ricerca scientifica che spaziano dalla visualizzazione tridimensionale alle scienze della vita.

Un matematico, ma non solo, riesce facilmente ad usufruire di strumenti per l'elaborazione di formule di una certa complessità grazie ai **fogli di calcolo** come quelli di Excel oppure gli Spreadsheets di OpenOffice. Se le esigenze sono più ambiziose sono disponibili strumenti del calibro di **MatLab** oppure **Octave**, quest'ultimo scaricabile gratuitamente, che permettono di eseguire operazioni complesse di calcolo numerico e analisi statistica, di visualizzare il comportamento di funzioni, di elaborare matrici oppure di realizzare algoritmi. Ad esempio Octave può essere utile nello studio di successioni numeriche di numeri irrazionali come pi-greco che presentano un numero infinito di decimali, oppure nella ricerca dei numeri primi, o ancora nello studio e simulazione di algoritmi di crittografia. In particolare GNU Octave è un linguaggio di alto livello (*high-level language*), compatibile con Matlab, che permette, attraverso un'interfaccia utilizzabile tramite linee di comando, la risoluzione di problemi lineari e non-lineari. Inoltre permette di risolvere problemi comuni di algebra lineare e di realizzare grafici e funzioni (Fig. 5). Può essere esteso e personalizzato attraverso righe di codice scritte nel linguaggio proprietario di Octave oppure è in grado di caricare moduli scritti in C/C++, Fortran e altri **linguaggi di programmazione**.

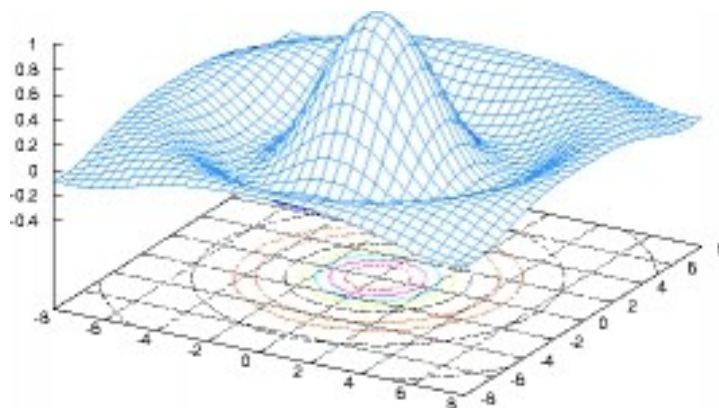


Fig. 5: Esempio della visualizzazione di una funzione complessa con Octave

I linguaggi di programmazione sono infatti spesso utili al matematico per realizzare soluzioni personalizzate di qualsiasi natura e non solamente legate ad Octave. Tuttavia, per poter sfruttarne al meglio le potenzialità, il matematico dovrebbe acquisire soprattutto le competenze di ingegneria del software e dei fondamenti della programmazione. Il connubio di competenze matematiche di alto livello abbinate a quelle dell'informatico specializzato forma un profilo professionale molto ricercato in particolare nel settore delle scienze computazionali.

Conclusione

Abbiamo dunque visto come l'informatica abbia i suoi fondamenti ben radicati nella matematica ma d'altro canto possieda concetti propri molto utili al matematico. Concludendo è utile ribadire l'intima simbiosi che esiste fra la scienza maestra e la figlia più giovane grazie alla quale, la matematica ha ritrovato una seconda giovinezza che si concretizza in innumerevoli applicazioni ad uso quotidiano.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare la SMASI, in particolare Giorgio Mainini e Gianfranco Arrigo, per l'opportunità datami attraverso la preparazione di questo articolo. Ringrazio inoltre Antonio Taddeo, Enrico Gulfi e Roberto Vitalini per le loro revisioni e per avermi dato qualche interessante spunto di riflessione.

Breve biografia

Mauro Prevostini nato a Lugano nel gennaio del 1969, si è laureato in ingegneria elettrotecnica presso il Politecnico Federale di Zurigo nel 1994. In seguito ha lavorato come progettista di reti telematiche presso la Banca della Svizzera italiana. Dal 1997 al 2001 è stato responsabile del gruppo di test e integrazione presso il dipartimento di ricerca e sviluppo della Fantastic Corporation, azienda/startup internazionale, con sede a Manno e Zugo, produttrice di software nel settore della distribuzione di contenuti multimediali su banda larga. Dal 2001 lavora presso l'Università della Svizzera italiana, dapprima come Project Manager per la realizzazione della Facoltà di Scienze informatiche di cui, dal 2004, ricopre la funzione di Program Manager. Svolge anche un'attività indipendente attraverso la sua azienda startup nel settore delle tecnologie dell'informazione progettando e sviluppando soluzioni basate su reti di sensori applicate all'agricoltura. Dal 2005 è membro di comitato di ated-ICT Ticino, l'associazione degli informatici del Canton Ticino. Nel corso del 2008 è stato il coordinatore dell'iniziativa informatica08 per il Ticino.

Abstract

Mathematics and informatics (or computer science) are disciplines very connected to each other. Informatics is based on mathematics fundamentals and applies them to several areas of the advanced research and everyday life. Just think to the automatic elaboration of information which is present everywhere even if we don't perceive it.

There are usually many discussions about which kind of mathematics may be useful to the informaticians or which informatics concepts and tools could help a mathematician. This is a very interesting topic that I will try to develop without any ambition to give an exhaustive answer, but with the goal to provide the reader some thinking tools through small examples.